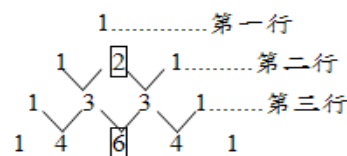
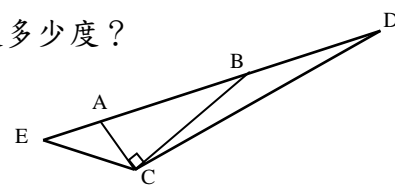


桃園縣、新竹縣、花蓮縣 102 年度 國民小學暨幼兒園教師 聯合甄選筆試【數學】試題

注意事項：1. 本試題為 2 張試卷共 50 題，請注意題號並仔細檢查後作答。  
 2. 一律於答案卡上作答，如未依規定塗寫不予計分。  
 3. 配分方式：每題 2 分，答錯不倒扣，共 100 分。

1. 將某科技大學的男女學生數以四捨五入法取概數到百位數，男生人數約 3800 人，女生人數約 2400 人，請問男女生人數最多相差多少人？  
 (A)1400 (B)1498 (C)1499 (D)2000
2. 設甲、乙、丙是三個有理數，已知  $\text{甲} = (\frac{1}{2})^{112}$ 、 $\text{乙} = (\frac{1}{3})^{84}$ 、 $\text{丙} = (\frac{1}{5})^{56}$ ，請問下列敘述哪一個正確？  
 (A)甲>乙>丙 (B)丙>乙>甲 (C)乙>丙>甲 (D)甲>丙>乙
3. 設  $R$  代表實數， $Q$  代表有理數，若  $x, y, z \in R$ ， $x \notin Q$ ， $y \notin Q$ ， $z \in Q$ ，下列敘述何者為真？  
 (A) $x+y \notin Q$  (B) $x+z \notin Q$  (C) $xz \notin Q$  (D) $\frac{y}{x} \in Q$
4. 設  $\sqrt{16+6\sqrt{7}}$  的值中，正整數部分為  $a$ ，純小數部分為  $\sqrt{7}-b$ ，則  $2a+b=?$   
 (A)12 (B)10 (C)8 (D)6
5. 一雙運動鞋若以定價的七五折出售，會賠 90 元，若改用定價的 9 折出售，則可賺 210 元，請問此雙運動鞋的成本是多少元？ (A)2000 (B)1590 (C)1410 (D)890
6. 設  $x \in N$ ，若  $\sqrt{3}$  介於  $\frac{x+5}{x}$  與  $\frac{x+6}{x+1}$  之間，則  $x=?$  (A)8 (B)7 (C)6 (D)5
7. 設  $L_1, L_2, L_3$  為平面上三條直線， $k$  為大於 0 的常數，若已知三條直線的方程式分別為， $L_1: 2x=3y-6$ ， $L_2: x=3$ ， $L_3: y=k$ ，當三條直線所圍成的三角形面積等於 27 時，則  $k=?$  (A)-4 (B)-2 (C)2 (D)10
8. 有一數列  $\{a_n\}$ ，已知  $a_1=2$ ，且  $a_{n+1}=\frac{a_n}{a_n+1}$ ，則  $\{a_n\}$  的第幾項為  $\frac{2}{97}$ ？ (A)47 (B)48 (C)49 (D)50
9. 如右圖，已知  $\angle BCA=90^\circ$ ， $\overline{BC}=\overline{BD}$ ， $\overline{AE}=\overline{AC}$ ，且 E、A、B、D 在一直線上，則  $\angle DCE$  是多少度？  
 (A) 120 (B) 125 (C) 130 (D) 135
10. 假設  $S$ ， $T$  分別為函數  $y=\cos^2 x-3\cos x+3$  的極大值與極小值，則  $S+T=?$   
 (A) 8 (B)  $7\frac{3}{4}$  (C) 4 (D)  $3\frac{3}{4}$
11. 方程式  $x+5y+10z=50$  的正整數解共有多少組？ (A)16 (B)15 (C)14 (D)13
12. 小朱家請客人來家裡玩，包括小朱全家共有 7 位男性和 9 位女性，他們相互一一握手問候，請問相同性別互相握手的次數共有幾次？ (A)29 (B) 36 (C) 49 (D) 57
13. 明星國小共有學生 1100 人，學號編排為 1 至 1100 號，某日進行作業抽查，學號為 6 的倍數的學生抽查國語習作，學號為 10 的倍數的學生抽查數學習作，學號為 15 的倍數的學生抽查英語習作，請問被抽查到國語或數學習作，但英語習作沒被抽查到的學生有幾人？ (A)185 (B)220 (C)221 (D)257
14. 俊憲參加十八尖山登山活動，上山的時速為 2 公里，全程的平均時速為 2.4 公里，請問俊憲上山和下山的時速比是多少？  
 (A)2:3 (B)5:1 (C)5:7 (D)10:11
15. 按照右圖數字的排法，請推算出第八行數的總和及最中間的數字所組成的數對是下列何者？  
 (A) (128, 50) (B) (128, 70) (C) (256, 50) (D) (256, 70)
16. 計算  $2^{64}((2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{64}+1)+1)$  的結果，其個位數字是多少？  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
17. 有一老翁將其遺產作如下的分配：遺產的一半捐給母校，剩下的  $\frac{1}{4}$  捐給慈善團體，其餘的以 2:3 的比例分給他的兒子及女兒繼承。已知他的兒子分到 990 萬，則此老翁的遺產總值為多少萬？  
 (A) 19800 (B) 6600 (C) 4400 (D) 3960
18. 我們常用的十進位記數系統是每逢十就進位，因此使用 0 到 9 十個阿拉伯數字，現在想像改用六進位的記數系統，乘法算則中的五五乘法表中，下列何者正確？ (A) $5 \times 5=42$  (B) $3 \times 4=12$  (C) $2 \times 3=11$  (D) $4 \times 5=32$
19. 若  $x>0$ ，化簡  $\sqrt[5]{x^4 \sqrt{x^3 \sqrt{x \sqrt{x}}}}$  為 (A) $\sqrt[40]{x^{11}}$  (B) $\sqrt[40]{x}$  (C) $\sqrt[60]{x^{13}}$  (D) $\sqrt[30]{x}$
20. 若今日是星期日，則再過 3 天是星期三。請問再過  $50^{100}$  天是星期幾？ (A)星期一 (B)星期日 (C)星期六 (D)以上皆非
21. 連接  $(0, 0, -4)$  與  $(0, 4, 0)$  兩點的直線，繞  $y$  軸旋轉而得一直圓錐面，試問此錐面與平面  $y=3$  相交所得的圖形為  
 (A)一橢圓 (B)一點 (C)一雙曲線 (D)一圓
22. 求  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{2+4+6} + \frac{1}{2+4+6+8} + \dots + \frac{1}{2+4+6+\dots+200} =$   
 (A)  $\frac{100}{101}$  (B)  $\frac{99}{100}$  (C)  $\frac{199}{200}$  (D)  $\frac{197}{198}$
23. 投擲兩枚骰子，兩枚骰子點數的和共有 11 種可能，請問投擲二十枚骰子，出現「點數的和」一共有幾種可能？  
 (A)100 種 (B)101 種 (C)119 種 (D)120 種
24. 已知  $\log_5(\log_2(\log_3 y))=0$ ，則  $y^3$  之值為何？ (A)8 (B)125 (C)27 (D)729
25. 一個正圓錐體，底的直徑為 6，高為 3，則其側面積為多少？ (A) $9\pi$  (B) $6\sqrt{3}\pi$  (C)  $6\pi$  (D)  $9\sqrt{2}\pi$



26.  $\log_3 x^9 - \log_{\frac{1}{3}} x^5 = 28$  之解為 (A)27 (B)9 (C)81 (D)243

27. 令  $y(x) = \frac{3^{-2+x}}{2+3^{-2+x}}$  且  $q(x) = \frac{y(x)}{1-y(x)}$ ，則  $q(5) =$  (A)  $\frac{2}{27}$  (B)  $\frac{29}{27}$  (C)  $\frac{27}{2}$  (D)  $\frac{29}{2}$

28. 投擲兩個骰子，擲得兩個數字之乘積為 3 的倍數之機率為多少？ (A)  $\frac{5}{12}$  (B)  $\frac{5}{9}$  (C)  $\frac{5}{6}$  (D)  $\frac{17}{36}$

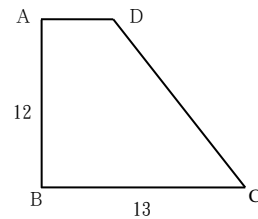
29. 若有一集合是從 2 到 100 的數字中選出可被表達成  $x^2$  卻又彼此互質的正整數所組成，問此集合中最多可有幾個元素？  
(A)3 (B)4 (C)5 (D)6

30. 設  $a, b$  為實數滿足  $0 < a < b < 1$ 。請問下列何者正確

(A)  $-1 < -a < -b < 0$  (B)  $-1 < -a^2 < -b^2 < 0$  (C)  $-1 < -b < -a < 0$  (D)  $0 < \frac{b}{a} < 1$

31. 若  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ ，則多項式  $g(x) = f(f(x))$  除以  $(x-1)$  所得的餘式為 (A)0 (B)1 (C)3 (D)5

32. 如右圖所示，在梯形 ABCD 中， $\overline{AB}$  長 12 單位， $\overline{BC}$  長 13 單位，且  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ，若梯形面積為 126 平方單位，請問  $\overline{CD} = ?$  (A)5 (B)10 (C)13 (D)16



33. 已知  $I$  為  $\triangle ABC$  之外心且  $\angle A = 140^\circ$ ，則  $\angle BIC$  為幾度？ (A)80 (B)40 (C)20 (D)10

34. 請問  $(9999.9999)^2$  的個位數字為何？ (A)0 (B)8 (C)9 (D)7

35. 下面的六個方格要填入數字 1~6，對於相鄰的兩個數字必須遵守條件：「左邊小於右邊」、「上面小於下面」，而以下就是一個例子。試問有幾種填法？ (A)3 (B)4 (C)5 (D)6

1	3	4
2	5	6

36. 假設  $\cos \theta - \cos(90^\circ + \theta) = \frac{1}{3}$ ，則  $\sin(90^\circ + \theta) \sin \theta = ?$  (A)  $\frac{-4}{9}$  (B)  $\frac{-2}{9}$  (C)  $\frac{2}{9}$  (D)  $\frac{4}{9}$

37. 下列哪一個函數圖形與  $y = \log_2 x$  對稱於  $x$  軸 (A)  $y = \frac{1}{2} \log_2 x$  (B)  $y = -\log_{\frac{1}{2}} x$  (C)  $y = -\log_2 \frac{1}{x}$  (D)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

38.  $\sqrt{\sqrt{44 + 8\sqrt{16 - 8\sqrt{3}}}}$  可化簡為 (A)  $1 + \sqrt{3}$  (B)  $-1 + \sqrt{3}$  (C)  $-1 + 2\sqrt{3}$  (D)  $1 + 2\sqrt{3}$

39. 已知  $a, b, c$  為整數且  $|a-10| + |b+5| + |c-2| = 1$ ，則序對  $(a, b, c)$  有幾種可能？ (A)0 (B)1 (C)3 (D)6

40. 已知方程式  $2x^2 + 2y^2 + axy - 12x + 12y - 2k^2 - k + 42 = 0$  之圖形為一圓，則下列何者錯誤？

(A)  $a = 0$  (B)  $k > \frac{3}{2}$  (C)  $k < -2$  (D)  $k < 1$

41. 多項式  $\left\{ \left[ (x^{10} + 1)^9 - 2 \right]^8 - 3 \right\}^7$  展開後之常數項為 (A)-32 (B)-64 (C)-128 (D)-256

42. 關於聯立方程式  $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + 3z = 2 \\ 6x + 9y + 7z = 8 \end{cases}$ ，考慮實數解，以下何者正確？ (A)有唯一解 (B)有無限多組解  
(C)有解，非唯一也非無限組 (D)無解

43. 甲、乙、丙三人同時剪刀、石頭、布的遊戲一次，則只有甲獲勝的機率為多少？ (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{9}$

44. 數字和  $(1 + 2 + 3 + \dots + 10) + (2 + 3 + 4 + \dots + 10) + (3 + 4 + \dots + 10) + \dots + (9 + 10) + (10) = ?$  (A) 300 以下  
(B) 300~349 (C) 350~400 (D) 400 以上

45. 數字和  $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \dots + 15)^2 = ?$  (A)0 (B)13160 (C)14400 (含) 以上 (D)是負的

46. 假設  $a_1, a_2, \dots, a_{99}$  為等差數列且  $a_{50} = 1$ ，則此等差數列的和為 (A) 0 (B)1 (C)99 (D) 無法確定

47. 數列  $[1, 1, 2, 4, 7, 13, 24, n]$  具有某種規律，則數字  $n$  最可能為何？ (A) 44 (B) 48 (C) 50 (D) 72

48. 設  $f$  是一個函數，已知  $f(x+5) = f(x) + 6$ ，且  $f(5) = 12$ ，求  $f(100) = ?$  (A) 138 (B) 132 (C) 126 (D) 120

49. 如下圖，某位競選人在一條主要街道上每隔 5 公尺插一根大型宣傳旗幟，整條街道共插了 100 根。競選結束後有一位清潔工以第 30 根的地方為起點設置回收中心，想要將旗幟逐一搬運集中至此處，由於一次只能搬運一根，請計算至搬完為止，此清潔工共須走多少公尺？

(A) 29200 (B) 14600 (C) 5840 (D) 1000

50. 已知坐標平面上有一圓 P 通過  $(-2, 1)$ ， $(1, 1)$  及  $(1, -1)$  三點，

求圓 P 的半徑等於多少？ (A)  $\frac{\sqrt{11}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{12}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{14}}{2}$

