

國立花蓮高級商業職業學校 101 學年度第 1 次教師甄選

數學科筆試試題

一、填充題(共 14 格，每格 3 分，共 42 分)

1. 設  $a$  為實數，且直線  $(3a-1)x-2y=a+1$  沒有通過第一象限，則  $a$  的可能範圍為何  $-1 \leq a \leq \frac{1}{3}$ 。

2. 在坐標平面上，點  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐標分別為  $(-1, k)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(1, 1)$ ，若向量  $\overrightarrow{AC}$  與  $\overrightarrow{BC}$  的內積為 0，則  $k = 1$ 。

3. 若  $\log a = -1.0282$ ，則  $\log a$  之首數為何  $-2$ 。

4. 求  $\sum_{k=2}^{10} \frac{1}{(k-1)(k+1)}$  的值為  $\frac{36}{55}$ 。

5. 若  $\log x + \log y = 2$ ，則  $\frac{4}{x} + \frac{9}{y}$  之最小值為  $\frac{6}{5}$ 。

6. 設  $a, b, c$  為實數，若  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = 12$  且  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = 156$ ，則

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & a^2(a+1) \\ 1 & b+1 & b^2(b+1) \\ 1 & c+1 & c^2(c+1) \end{vmatrix} = 168。$$

7. 設  $a, b$  為二正數， $ab=9$ ，則  $(1+a)(1+b)$  的最小值為  $16$ 。

8. 有 5 件相同的禮物分給甲、乙、丙三人每人至少一件，分法有  $6$  種。

9. 設  $i = \sqrt{-1}$ ，已知  $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  且  $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ ，試求  $(2-\omega)(2-\omega^2) = 7$ 。

10. 試求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot (1+2+3+\dots+n)}{1^2+2^2+\dots+n^2} = \frac{3}{2}$ 。

11. 若  $\triangle ABC$  中，已知  $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{AC} = \sqrt{6}$ ， $\overline{AB} = \sqrt{3} + 1$ ，求  $\triangle ABC$  之最大角的角度  $75^\circ$ 。

12. 多項式  $f(x)$  滿足  $f(x^3) + 2f(x^2) - f(x) = 20$ ，試求  $f(x)$  的各項係數和  $= 10$ 。

13. 有 5 件不同的禮物分給甲、乙、丙三人，若每人可兼得，則甲至少得一件禮物的方法共有  $211$  種。

14. 若  $f(x) = |x+2| + |x-3|$ ，求  $\int_{-3}^5 f(x) dx = 45$ 。



二、計算、簡答題 (共 58 分)

1. 若  $\langle a_n \rangle, \langle b_n \rangle, \langle c_n \rangle$  是三個無窮數列，試簡單說明夾擠定理。(4分)

2. 設  $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ，試說明：當  $x$  趨近於 0 時， $f(x)$  的極限值是否存在？(4分)

3. 設函數  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{當 } x > 1 \\ x^2, & \text{當 } x \leq 1 \end{cases}$ ，

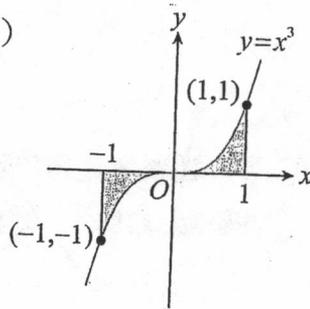
(1) 求  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ?$  (4分)

(2) 試問： $f(x)$  在  $x=1$  處是否連續？(4分)

4. 試問函數  $f(x) = |x|$  在  $x=0$  處的導數是否存在？(4分)

5. 試描繪函數  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  的圖形(6分)

6. 設  $f(x) = x^3$  的圖形與  $x$  軸及兩直線  $x=1, x=-1$  所圍成的區域(如圖所示)，求鋪色部分的面積。(4分)



7. 試說明二次曲線拋物線，橢圓，雙曲線的定義。(各 4 分)

8. 學校學生共 1000 人，數學段考成績呈常態分配，平均成績 78 分，標準差 9 分，依 68-95-99 規則，試估計：

(1) 成績低於 60 分的學生大約有多少人？(4分)

(2) 成績高於 87 分的學生大約有多少人？(4分)

9. 設母體的資料為  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ，其算術平均數為  $\mu$ ，則母體標準差為？(4分)

當抽樣的資料為  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，其算術平均數為  $\bar{x}$ ，則樣本標準差為？(4分)

-8

1-6-1  
-1-6-9