國立北門高中 102 學年度第 1 次教師甄選 數學科 試題卷

※**請務必於答案卷上依序標明題號後再作答，填充題不需列出計算過程**。

一、填充題：每題 4 分，共 80 分。

1.設 $x^2+2x\log 5+\log\frac{5}{2}=0$ 的二根為 α、β　則 $10^{\alpha}+10^{\beta}=$__________。

2.將 $y=3^x$ 的圖形向左平移 1 單位，向上平移 2 單位後，再對直線 $y=x$ 做對稱，得到新圖形的方程式為 $y=\log_3(ax+b)$，則數對 $(a，b)=$__________。

3.數列 $\langle a_n\rangle$ 是公差 -3 的等差數列，前 n 項和以 S_n 表示，已知 $S_{26}=S_{53}$，則 S_n 的最大值為__________。

4.計算級數：$\frac{2}{1^3}+\frac{6}{1^3+2^3}+\frac{12}{1^3+2^3+3^3}+\cdots+\frac{n(n+1)}{1^3+2^3+\cdots+n^3}$ 到第 35 項之值為__________。

5.已知兩虛數 z、z^2 都是實係數方程式 $x^3+px^2+qx+2=0$ 的根，則數對 $(p，q)=$__________。

6.設 $(1+x)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9+a_{10}x^{10}+a_{11}x^{11}$，若 a_0、a_1、$\cdots$、a_{11} 的算術平均數為 μ、中位數為 M_e，則數對 $(\mu，M_e)=$__________。

7.有　組數據的十個數值為 27，29，30，31，33，34，37，38，x，y，已知這組數據的平均數是 33，標準差是 4，若 $x<y$，則數對 $(x，y)=$__________。

8.三年甲班有 40 位學生參加該年度的學測，座號 k 的同學數學科所得級分以 x_k 表示，若函數 $f(x)=\sum_{k=1}^{40}(x-x_k)^2$ 經整理得 $f(x)=40x^2-640x+2810$，試求數對 $(\mu_x，\sigma_x)=$__________。

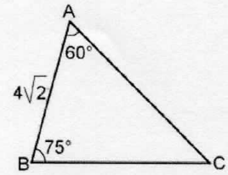
9.兩組二維數據 $(u_i，v_i)$ 與 $(x_i，y_i)$，變量 U 與 X、V 與 Y 分別有線性關係如下：$u_i=-x_i+7$、$v_i=\frac{1}{2}y_i+2$，已知 V 對 U 的迴歸直線通過點 $(8，3)$ 且 $\mu_x=4$、$\mu_y=6$ 則 Y 對 X 的迴歸直線方程式為 $y=$__________。

10.已知 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=4$、$\overline{BC}=6$ 且 $\angle A=2\angle C$，則 $\triangle ABC$ 的面積為__________。

11.坐標平面上，若 $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{PA}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$ 且 $\triangle PBC$ 面積為 8，則 $\triangle ABC$ 面積為__________。

國立北門高級中學
教務處

12.在坐標平面上的ΔABC中，O為外心、H為垂心，若$\angle A=60°$、$\angle B=75°$、$\overline{AB}=4\sqrt{2}$，求$|\overrightarrow{OH}|=$＿＿＿＿＿。



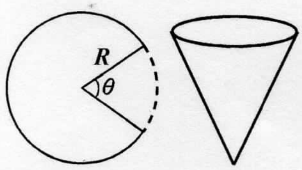
13. 金字塔模型，底面是邊長為2的正方形，四個側面是邊長為3的等腰三角形，求相鄰兩側面夾角的餘弦值為＿＿＿＿＿。

14.正四面體的四頂點落在兩歪斜線L_1：$\begin{cases}x=4+t\\y=-3-t\\z=0\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$與$L_2$：$\begin{cases}x=2+s\\y=2+s\\z=1\end{cases}$，$s\in\mathbb{R}$上，試求此正四面體的稜長為＿＿＿＿＿。

15.已知坐標平面上兩點$P(7，1)$與$Q(19，6)$都在拋物線上，且拋物線的準線為$y=k$，求k值範圍為＿＿＿＿＿。

16.市場調查人員針對臺灣地區的詐騙電話做調查後發現：「有95％的信心水準認為約有69％到75％的人曾接過詐騙電話」，試求此次調查抽樣約＿＿＿＿＿人

17.今有半徑為R的圓盤剪去圓心角為θ的扇形，使得剩下的扇形可捲成一個容積最大的漏斗，試求此時θ的值=＿＿＿＿。



18.已知函數圖形Γ：$f(x)=x^3-x$，而點$P(a，0)$是圖形外一點，若過P恰可作相異三條Γ的切線，則a的範圍為＿＿＿＿＿。

19.設$f(x)$為三次函數，已知A點為$y=f(x)$上之反曲點，L為過A之直線，且與$y=f(x)$相交於點$(-1\quad -2)$、$(3\quad 6)$，又$f(0)=6$為$f(x)$之　極值，求$y=f(x)$的圖形與L所為區域之面積=＿＿＿＿＿。

20.設$A=\begin{bmatrix}4&2\\-3&-1\end{bmatrix}$，求$A^{10}=$＿＿＿＿＿。

國立北門高級中學
教務處

二、證明題：每題10分，共20分。

1.證明和角公式：$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$。

2.證明：空間中一點$P(x_0，y_0，z_0)$到平面E：$ax+by+cz+d=0$的距離為$\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$。

填充題答案

1.$\frac{1}{2}$　2.$(\frac{1}{3}，-\frac{2}{3})$　3. 2340　4.$\frac{35}{9}$　5.$(3，3)$　6.$(\frac{512}{3}，110)$　7.$(31，40)$　8.$(8，\frac{5}{2})$　9.$\frac{4}{5}x+\frac{14}{5}$　10.$\frac{15\sqrt{7}}{4}$

11. 12　12. $2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$　13. $-\frac{1}{8}$　14. $\sqrt{2}$　15. $k\le -3$ 或 $k\ge 10$　16. 896　17 $\frac{6-2\sqrt{6}}{3}\pi$　18. $a>1$ 或 $a<-1$

19. 16　20. $\begin{bmatrix}3070&2046\\-3069&-2045\end{bmatrix}$