

桃園縣 103 年國民中學新進教師甄選【專門科目：數學】試題卷

※注意事項：1、答案請畫在答案卡上，如寫在試題卷上一律不計分。

2、作答完畢，請將試題卷及答案卡一併交回。

3、本試題卷共 2 頁。

單一選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案（共 25 題，每題 4 分，合計 100 分）

1. 滿足  $n^{200} < 5^{300}$  的最大整數為何？

- (A) 10 (B) 11  
(C) 12 (D) 13

2. 設  $R$  為圓盤  $x^2 + y^2 \leq a^2$ ，則  $\iint_R e^{-x^2-y^2} dx dy = ?$

- (A)  $\pi(1-e^{-a^2})$  (B)  $\pi$   
(C)  $\pi e^{-a^2}$  (D)  $1-e^{-a^2}$

3. 設  $N=100!=2^k \cdot 3^m \cdot P$ ， $P$  與 6 互質，則  $(k, m) = ?$

- (A) (99, 50) (B) (97, 45)  
(C) (97, 48) (D) (95, 48)

4. 設  $A = 11^7 - 10 \cdot 11^6 - 12 \cdot 11^5 + 9 \cdot 11^4 + 23 \cdot 11^3 - 13 \cdot 11^2 + 30 \cdot 11 + 2$ ，則  $A = ?$

- (A) 90 (B) 80  
(C) 70 (D) 以上皆非

5. 設  $a, b \in R^+$  且  $\log_7 a = 11, \log_7 b = 13$ ，則  $\log_7(a+b)$  之值最接近何者？

- (A) 24 (B) 15  
(C) 14 (D) 13

6. 在  $\sum_{k=1}^{10} (1+x^2)^k$  的展開式中， $x^6$  項的係數為何？

- (A) 280 (B) 300  
(C) 330 (D) 360

7. 一等差數列的前  $n$  項之和為 100，前  $3n$  項之和為 1200，則前  $2n$  項之和為何？

- (A) 650 (B) 500 (C) 540 (D) 700

8. 將 1、2、3、4、5、6、7 任意排列，則 1 排在 2、3 前面的機率為何？

- (A)  $\frac{4}{7}$  (B)  $\frac{2}{7}$   
(C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{3}$

9. 某公司有 100 名員工，其年資平均為 10 年，標準差為 3 年；月薪平均為 5 萬元，標準差為 2 萬元。設年資與月薪的相關係數為 0.6，則月薪對年資的回歸直線為何？

- (A)  $y = 0.6x + 2$  (B)  $y = 0.4x + 1$   
(C)  $y = 0.6x + 3$  (D)  $y = 0.4x + 2$

10. 設  $f(x) = x \cos x$ ，函數曲線  $y = f(x)$  在  $x = \pi$  的附近的增減性與凹性為何？

- (A) 遞增凹口向上 (B) 遞增凹口向下  
(C) 遞減凹口向上 (D) 遞減凹口向下

11. 化簡  $\frac{1}{\sin \theta + 1} + \frac{1}{\cos \theta + 1} + \frac{1}{\tan \theta + 1} + \frac{1}{\cot \theta + 1} + \frac{1}{\sec \theta + 1} + \frac{1}{\csc \theta + 1}$  結果為？

- (A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) 4

12. 若圓  $C$  與兩定圓  $C_1: (x-5)^2 + y^2 = 16$ ,  $C_2: (x+5)^2 + y^2 = 4$  相內切，求  $C$  的圓心軌跡方程式？

- (A)  $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{24} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{1} = 1$   
(C)  $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{24} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{1} = 1$

13. 三顆相同的蘋果，四根相同的香蕉，五顆相同的水梨，分給甲乙丙三人，每人至少得 1 的方法有幾種？

- (A) 1252      (B) 1873  
(C) 2372      (D) 2793

14.  $L_1: \frac{x-11}{4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+7}{-1}$ ,  $L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-6}{-2}$  求直線  $L_1$  與  $L_2$  的距離？

- (A)  $\sqrt{78}$       (B)  $\sqrt{82}$   
(C)  $\sqrt{84}$       (D)  $\sqrt{86}$

15. 設  $x, y, z \in \mathbb{R}^+$ ,  $x + y + z = 4$ , 當  $x = a, y = b, z = c$  時,  $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$  有最小值。求  $a$  值？

- (A) 1/3      (B) 2/3  
(C) 4/3      (D) 5/3

16. 若  $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 0$  且  $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 0$ 。求  $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma$  之值？

- (A) 1/2      (B) 0  
(C) 1      (D) 3/2

17. 解方程式  $x^2 - (3 - 2i)x + (5 - 5i) = 0$ , 設答案為  $x = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , 則  $b$  值可能為？

- (A) -2      (B) -3  
(C) 2      (D) 3

18. 令  $a = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 81 \\ 4 & 16 & 64 & 256 \end{pmatrix}$ , 求  $a$  的正因數個數？

- (A) 16      (B) 18  
(C) 20      (D) 22

19. 令  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 。若  $A^3 + aA^2 + bA + cI = \mathbf{0}$ ,

其中  $a, b, c$  為實數,  $I, \mathbf{0}$  為 3 階單位矩陣和零矩陣, 求  $b$  值？

- (A) -1      (B) -2  
(C) -3      (D) -4

20. 設  $f(x) = (x + 1)^{100} + x \sin x + \sec x$ , 則  $f'(0)$  為何？

- (A) 0      (B) 100  
(C)  $\pi$       (D)  $-\pi$

21. 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^5} + \frac{2^4}{n^5} + \dots + \frac{n^4}{n^5} \right)$  為何？

- (A) 1/5      (B) 1/6  
(C) 1/7      (D) 1/8

22.  $S$  為曲線  $y = 1 - x^2$  與  $x$  軸所圍成之區域, 求  $S$  繞  $y$  軸後所形成的物體的體積？

- (A)  $16\pi$       (B)  $\pi/2$   
(C)  $e^{2\pi}$       (D) 1

23. 設  $f(x, y) = (x^2 + y^2)/2$ , 函數  $f$  在點  $(1, 1)$  沿著方向  $(1, 2)$  的方向導數為何？

- (A)  $2/\sqrt{3}$       (B)  $1/\sqrt{2}$   
(C) 3      (D)  $3/\sqrt{5}$

24. 由空間中的三向量  $(1, 1, -2)$ ,  $(2, -1, 1)$  與  $(1, -2, -2)$  所張開的平行六面體體積為何？

- (A) 15      (B) 23  
(C) 3      (D) 7

25. 考慮聯立方程式  $\begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ x + 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 1 \end{cases}$ , 這個方程式的解為

以下何種情形？

- (A) 無解  
(B) 只有唯一解  
(C) 所有的解構成一直線  
(D) 所有的解構成一平面